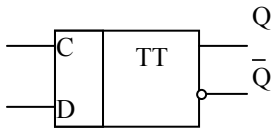


Элементарные автоматы

Элементарный автомат – устройство с памятью, имеющее два устойчивых состояния и обладающее **полнотой переходов и выходов**.

Триггеры с одним входом

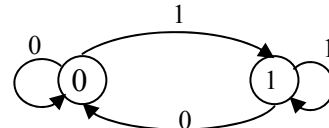
D-триггер: $Q(t+1) = D(t)$.



Условное обозначение

| | | |
|------------------------|---|---|
| $Q(t) \backslash D(t)$ | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

таблица переходов



граф переходов

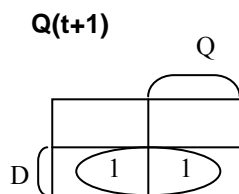
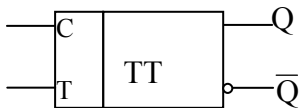


диаграмма Карно

| Q(t) | Q(t+1) | D |
|------|--------|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

матрица переходов

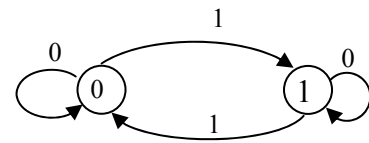
T-триггер: $Q(t+1) = (Q\bar{T} + \bar{Q}T)_t$



Условное обозначение

| | | |
|---------------------|---|---|
| $Q(t) \backslash T$ | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 |

таблица переходов



граф переходов

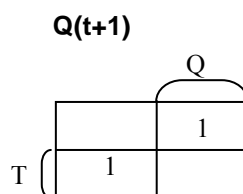
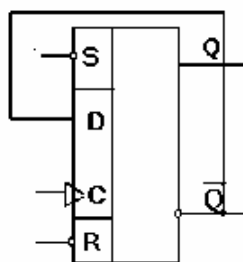


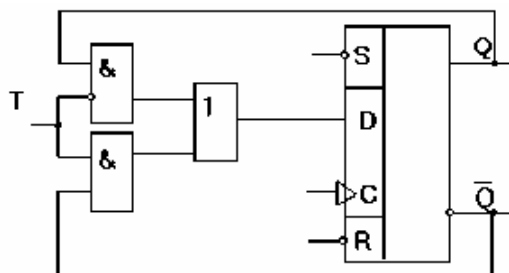
диаграмма Карно

| Q(t) | Q(t+1) | T |
|------|--------|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 |

матрица переходов



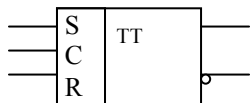
асинхронный T-триггер



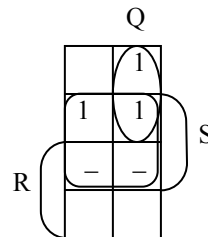
синхронный T- триггер.

Триггеры с двумя входами

R-S-триггер



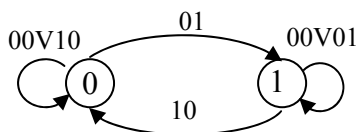
| | | | |
|------|------|------|---|
| R(t) | S(t) | Q(t) | |
| | | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | - | - |
| 1 | 0 | 0 | 0 |



Условное обозначение

Таблица переходов

Диаграмма Карно



| | | |
|---------------|-------|-------|
| Q(t+1) \ Q(t) | 0 | 1 |
| 0 | 00V10 | 01 |
| 1 | 10 | 00V01 |

| | | |
|-------------|----------------|----------------|
| Q(t)→Q(t+1) | R(t) | S(t) |
| 0→0 | b ₁ | 0 |
| 0→1 | 0 | 1 |
| 1→0 | 1 | 0 |
| 1→1 | 0 | b ₂ |

Граф переходов

Матрица переходов

Табличное представление

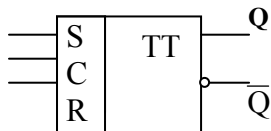
$$Q(t+1) = (S + Q \bar{R})_t,$$

$$Q(t+1) = \bar{R}(t) (S(t) + Q(t)),$$

$$RS=0;$$

$$RS=0.$$

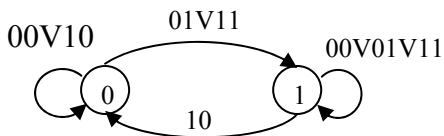
S-триггер при S=1 и R=1 переходит в состояние 1



а)

| | | | |
|------|------|------|---|
| R(t) | S(t) | Q(t) | |
| | | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 |

б)



в)

| | | |
|-------------|----------------|------------------|
| Q(t)→Q(t+1) | R(t) | S(t) |
| 0→0 | b ₁ | 0 |
| 0→1 | b ₂ | 1 |
| 1→0 | 1 | 0 |
| 1→1 | b ₃ | b ₃ * |

г)

а- условное обозначение; б- таблица переходов; в- граф переходов; г- табличное представление матрицы переходов

$$Q(t+1) = (S + Q \bar{R})_t = ((S + \bar{R})(S+Q))_t$$

Для построения матрицы перехода определяем значения вспомогательной функции X_{jk}:
 переход 0→0; X₀₀ = $\bar{R} \bar{S} + R \bar{S} = \bar{S}$, откуда S=0; R=b₁; переход 0→1; X₀₁ = $\bar{R} S + R S = S$,
 откуда S=1; R = b₂; переход 1→1; X₁₁ = $\bar{R} \bar{S} + \bar{R} S + R S = \bar{R} + S = \bar{b}_3 + b_3^* \equiv 1$

R-триггер при $R=1$ и $S=1$ переходит в состояние 0

$$Q(t+1) = \bar{R}(t) (S(t)+Q(t))$$

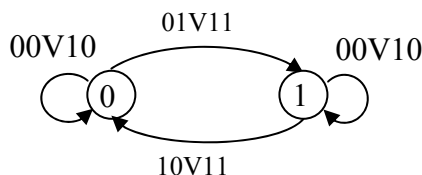
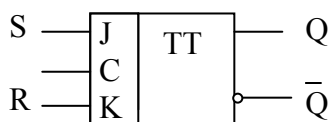
E-триггер при $R=1$ и $S=1$ сохраняет предыдущее состояние

$$Q(t+1) = (\bar{R}S + Q\bar{R} + QS)_t.$$

Матрицы переходов R- и E- триггеров

| Q(t)→Q(t+1) | R _{тр} | | E _{тр} | |
|-------------|-----------------|-------|-----------------|---------|
| | R(t) | S(t) | R(t) | S(t) |
| 0→0 | b_1^* | b_1 | b_1^* | b_1 |
| 0→1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1→0 | 1 | b_2 | 1 | 0 |
| 1→1 | 0 | b_3 | b_2 | b_2^* |

J-K-триггер при $R=1$ и $S=1$ изменяет состояние на противоположное ($K \equiv R, J \equiv S$)



| R(t) | S(t) | Q(t) | |
|------|------|------|---|
| | | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 |

| Q(t)→Q(t+1) | R(t) | S(t) |
|-------------|-------|-------|
| 0→0 | b_1 | 0 |
| 0→1 | b_2 | 1 |
| 1→0 | 1 | b_3 |
| 1→1 | 0 | b_4 |

$$Q(t+1) = (Q\bar{K} + \bar{Q}J)_t$$

Определение функций возбуждения ЭА

Функции возбуждения входов P_i элементарных автоматов Q_i , $i = \overline{1, n_Q}$, определяются в результате решения уравнений:

$$f_i(Q_i(t), P_i) = \varphi_i(\bar{Q}(t), \bar{C}(t)) \quad (1)$$

Здесь f_i - функция переходов триггера, на котором реализуется элементарный автомат;

φ_i - функция внешних переходов элементарного автомата.

$P_i = D_i$ или T_i для одноходовых триггеров D и T соответственно.

$P_i = \langle R_i, S_i \rangle$ или $\langle K_i, J_i \rangle$ для двухходовых триггеров.

Методы решения уравнения (1):

1. Аналитические;
2. Табличные;
3. Сравнения.

Аналитический метод определения функций возбуждения.

Обозначим через $v = (\bar{Q}(t), \bar{C}(t))$

D триггер.

$$D_i = \varphi_i(v)$$

T триггер.

$$T_i \bar{Q}_i + \bar{T}_i Q_i = \varphi_i(v). \quad \text{Решая его, получим} \quad T_i = Q_i \bmod 2 \varphi_i(v)$$

R-S триггер.

$$\begin{cases} S_i + \bar{R}_i Q_i = \varphi_i(v) \\ R_i S_i = 0 \end{cases},$$

Система приводится к виду $\varphi_i(v) \bmod 2 (S_i + \bar{R}_i Q_i) + R_i S_i = 0$. Решая уравнение, получим:

$$\begin{aligned} S_i &= \bar{Q}_i \varphi_i(v) + h_1(v) \varphi_i(v) \\ R_i &= Q_i \bar{\varphi}_i(v) + h_2(v) \bar{\varphi}_i(v) \end{aligned}$$

J-K триггер.

$\bar{K}_i Q_i + J_i \bar{Q}_i = \varphi_i(v)$. Решая его, получим:

$$\begin{aligned} J_i &= \bar{Q}_i \varphi_i(v) + h_1(v) Q_i \\ K_i &= Q_i \bar{\varphi}_i(v) + h_2(v) \bar{Q}_i \end{aligned}$$

S триггер.

$S_i + Q_i \bar{R}_i = \varphi_i(v)$. Решая его, получим:

$$\begin{aligned} S_i &= \bar{Q}_i \varphi_i(v) + h_1(v) \varphi_i(v) \\ R_i &= Q_i \bar{\varphi}_i(v) + h_2(v) \bar{Q}_i + h_1(v) h_2(v) \end{aligned}$$

R триггер.

$\bar{R}_i (S_i + Q_i) = \varphi_i(v)$. Решая его, получим:

$$\begin{aligned} S_i &= \bar{Q}_i \varphi_i(v) + h_1(v) \\ R_i &= Q_i \varphi_i(v) + (h_1(v) + h_2(v)) \bar{\varphi}_i(v) \end{aligned}$$

E триггер.

$\bar{R}_i S_i + \bar{R}_i Q_i + \bar{S}_i \bar{Q}_i = \varphi_i(v)$. Решая его, получим:

$$\begin{aligned} S_i &= \bar{Q}_i \varphi_i(v) + h_1(v) (\bar{Q}_i + \varphi_i(v)) \\ R_i &= Q_i \bar{\varphi}_i(v) + (h_1(v) + h_2(v)) \bar{\varphi}_i(v) + h_1(v) h_2(v) Q_i \end{aligned}$$

Здесь $h_1(v), h_2(v)$ - неопределённые функции аргументов $v = (\bar{Q}(t), \bar{C}(t))$. В частности, если положить $h_1(v) = h_2(v) = 0$, получим для всех двухвходовых триггеров:

$$S_i(J_i) = \bar{Q}_i \varphi_i(v)$$

$$R_i(K_i) = Q_i \bar{\varphi}_i(v)$$

Более простые выражения получаются путём доопределения неопределённых функций h_1, h_2 .

Пример. Для автомата S_2 функция внешних переходов элементарного автомата Q_1 (рис. 9, раздат. материал б) имеет вид:

$$\varphi_1(Q_1, Q_2, C_1, C_2) = \overline{C_1} \overline{C_2}.$$

Тогда функции возбуждения J-K триггера, в соответствие с полученными ранее уравнениями, определяются следующим образом:

$$J_1 = \overline{Q_1} \overline{C_1} \overline{C_2} + h_1(v) Q_1$$

$$K_1 = Q_1 (\overline{C_1} \overline{C_2}) + h_2(v) \overline{Q_1} \quad \text{Доопределив} \\ h_1(v) = \overline{C_1} \overline{C_2}, h_2(v) = \overline{C_1} \overline{C_2}$$

получим:

$$J_1 = \overline{Q_1} \overline{C_1} \overline{C_2} + \overline{C_1} \overline{C_2} Q_1 = \overline{C_1} \overline{C_2}$$

$$K_1 = Q_1 \overline{C_1} \overline{C_2} + \overline{C_1} \overline{C_2} \overline{Q_1} = \overline{C_1} \overline{C_2} = C_1 + C_2$$

Табличный метод получения функций возбуждения.

Предположим, что функция переходов элементарного автомата Q_i задана диаграммой Карно

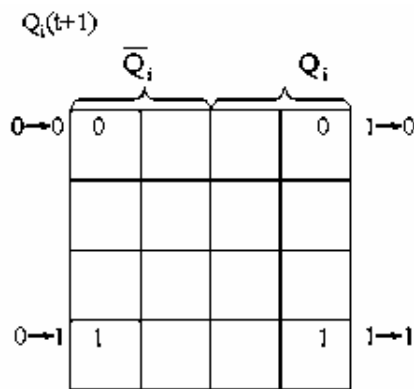


Диаграмма для функции переходов

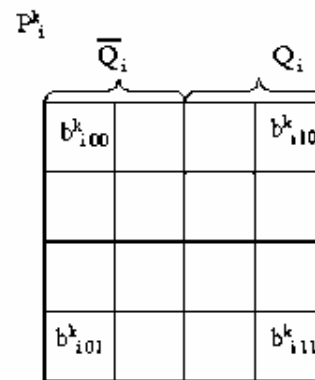


Диаграмма для функции возбуждения k -го входа, i -го триггера

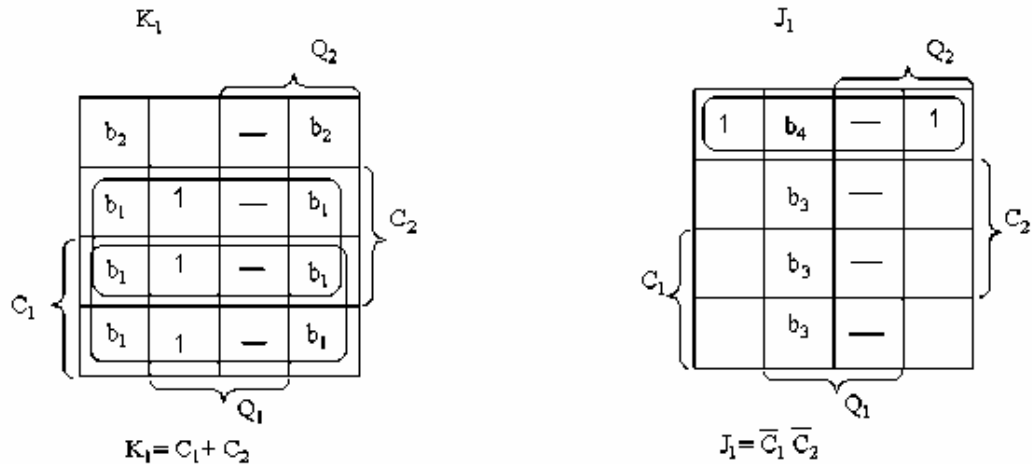
Диаграмма Карно функции возбуждения триггера может быть получена путём замены нулей и единиц диаграммы Карно функции внешних переходов значениями входных сигналов соответствующего входа, полученными из матрицы переходов этого триггера

| $Q_i \rightarrow Q_{i+1}$ | $D_{тр}$ | | $T_{тр}$ | | $R-S_{тр}$ | | $S_{тр}$ | | $R_{тр}$ | | $E_{тр}$ | | $J-K_{тр}$ | |
|---------------------------|----------|---|----------|-------|------------|---------|----------|-------|----------|---------|----------|-------|------------|--|
| | D | T | R | S | R | S | R | S | R | S | K | J | | |
| $0 \rightarrow 0$ | 0 | 0 | b_1 | 0 | b_1 | 0 | b_1^* | b_1 | b_1^* | b_1 | b_1 | 0 | | |
| $0 \rightarrow 1$ | 1 | 1 | 0 | 1 | b_2 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | b_2 | 1 | | |
| $1 \rightarrow 0$ | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | b_2 | 1 | 0 | 1 | b_3 | | |
| $1 \rightarrow 1$ | 1 | 0 | 0 | b_2 | b_3 | b_3^* | 0 | b_3 | b_2 | b_2^* | 0 | b_4 | | |

Неопределённые коэффициенты b_i, b_j^* внутри одной таблицы доопределяются независимо. Зависимые коэффициенты b_i, b_i^* в соседних таблицах для разных входов доопределяются в соответствие с уравнением связи: $\overline{b_i} + b_i^* \equiv 1, \quad i = 1, 2.$

Пример применения табличного метода

Определим функции возбуждения K_1 и J_1 элементарного автомата Q_1 на J-K триггере автомата Мили S_2 , функции внешних переходов которого изображены на рис. 9 разд. материала 6 .

**Метод сравнения.**

Приравниваются коэффициенты в левой и правой частях уравнения (1.) при Q_1 и \bar{Q}_1 .

Пример

Определим функции возбуждения K_1 и J_1 элементарного автомата Q_1 из предыдущего примера:

Имеем:

$$\bar{K}_1 Q_1 + J_1 \bar{Q}_1 = \bar{C}_1 \bar{C}_2$$

$$\bar{K}_1 Q_1 + J_1 \bar{Q}_1 = \bar{C}_1 \bar{C}_2 Q_1 + \bar{C}_1 \bar{C}_2 \bar{Q}_1$$

Отсюда:

$$\bar{K}_1 = \bar{C}_1 \bar{C}_2 \quad K_1 = C_1 + C_2$$

$$J_1 = \bar{C}_1 \bar{C}_2$$

Определение функций выходов.

Функции выходов определяются из таблиц выходов структурного автомата.

Для рассмотренного выше автомата Мура S_1 из таблицы выходов получим диаграммы Карно для получения выходных сигналов Z_1 и Z_2 .

