

Минимизация числа внутренних состояний абстрактных автоматов

Пример минимизации автомата Мили, заданного совмещенной таблицей переходов и выходов

| X_i | a_k | | | | | | | | | | | |
|-------|-------------------|-------------------|----------------|-------------------|----------------|-------------------|----------------|-------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| | a_1 | a_2 | a_3 | a_4 | a_5 | a_6 | a_7 | a_8 | a_9 | a_{10} | a_{11} | a_{12} |
| X_1 | a_{10} Y_1 | a_{12} Y_1 | a_5 Y_2 | a_7 Y_2 | a_3 Y_1 | a_7 Y_2 | a_3 Y_1 | a_{10} Y_1 | a_7 Y_2 | a_1 Y_2 | a_5 Y_2 | a_2 Y_2 |
| X_2 | a_5 Y_2 | a_7 Y_2 | a_6 Y_1 | a_{11} Y_1 | a_9 Y_2 | a_{11} Y_1 | a_6 Y_2 | a_4 Y_2 | a_6 Y_1 | a_8 Y_1 | a_9 Y_1 | a_8 Y_1 |

Одношагово-эквивалентные (1-эквивалентные) состояния: новый алфавит $\Pi_1 = \{A_1^1, A_2^1\}$;
 $A_1^1 = \{a_1, a_2, a_5, a_7, a_8\}$; $A_2^1 = \{a_3, a_4, a_6, a_9, a_{10}, a_{11}, a_{12}\}$.

| X_i | a_k, A_p^s | | | | | | | | | | | |
|-------|--------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|----------|----------|----------|
| | A_1^1 | | | | | A_2^1 | | | | | | |
| | a_1 | a_2 | a_5 | a_7 | a_8 | a_3 | a_4 | a_6 | a_9 | a_{10} | a_{11} | A_{12} |
| X_1 | A_2^1 | A_2^1 | A_2^1 | A_2^1 | A_2^1 | A_1^1 | A_1^1 | A_1^1 | A_1^1 | A_1^1 | A_1^1 | A_1^1 |
| X_2 | A_1^1 | A_1^1 | A_2^1 | A_2^1 | A_2^1 | A_2^1 | A_2^1 | A_2^1 | A_2^1 | A_1^1 | A_2^1 | A_1^1 |

2-эквивалентные состояния: новый алфавит $\Pi_2 = \{A_1^2, A_2^2, A_3^2, A_4^2\}$;
 $A_1^2 = \{a_1, a_2\}$; $A_2^2 = \{a_5, a_7, a_8\}$; $A_3^2 = \{a_3, a_4, a_6, a_9, a_{11}\}$; $A_4^2 = \{a_{10}, a_{12}\}$.

| X_i | a_k, A_p^s | | | | | | | | | | | |
|-------|--------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|----------|----------|----------|
| | A_1^2 | | A_2^2 | | | A_3^2 | | | | | A_4^2 | |
| | a_1 | a_2 | a_5 | a_7 | a_8 | a_3 | a_4 | a_6 | a_9 | a_{11} | a_{10} | a_{12} |
| X_1 | A_4^2 | A_4^2 | A_3^2 | A_3^2 | A_4^2 | A_2^2 | A_2^2 | A_2^2 | A_2^2 | A_2^2 | A_2^2 | A_1^2 |
| X_2 | A_2^2 | A_2^2 | A_3^2 | A_3^2 | A_3^2 | A_3^2 | A_3^2 | A_3^2 | A_3^2 | A_3^2 | A_3^2 | A_2^2 |

3-эквивалентные состояния: $\Pi_3 = \{A_1^3, A_2^3, A_3^3, A_4^3, A_5^3\}$;
 $A_1^3 = \{a_1, a_2\} = A_1^2$; $A_2^3 = \{a_5, a_7\}$; $A_3^3 = \{a_8\}$; $A_4^3 = \{a_3, a_4, a_6, a_9, a_{11}\} = A_3^2$; $A_5^3 = \{a_{10}, a_{12}\} = A_4^2$.

| X_i | a_k, A_p^s | | | | | | | | | | | |
|-------|--------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|----------|----------|----------|
| | A_1^3 | | A_2^3 | | A_3^3 | A_4^3 | | | | | A_5^3 | |
| | a_1 | a_2 | a_5 | a_7 | a_8 | a_3 | a_4 | a_6 | a_9 | a_{11} | a_{10} | a_{12} |
| X_1 | A_5^3 | A_5^3 | A_2^3 | A_2^3 | A_4^3 | A_3^3 | A_3^3 | A_3^3 | A_3^3 | A_3^3 | A_3^3 | A_1^3 |
| X_2 | A_2^3 | A_2^3 | A_4^3 | A_4^3 | A_4^3 | A_4^3 | A_4^3 | A_4^3 | A_4^3 | A_4^3 | A_4^3 | A_3^3 |

Совмещенная таблица минимизированного автомата Мили

| X_i | A_k | | | | |
|-------|-------------------|----------------|-------------------|----------------|----------------|
| | A_1 | A_5 | A_8 | A_3 | A_{10} |
| X_1 | A_{10} Y_1 | A_3 Y_1 | A_{10} Y_1 | A_5 Y_2 | A_1 Y_2 |
| X_2 | A_5 Y_2 | A_3 Y_2 | A_3 Y_2 | A_3 Y_1 | A_8 Y_1 |

Пример минимизации автомата Мили, заданного графом переходов

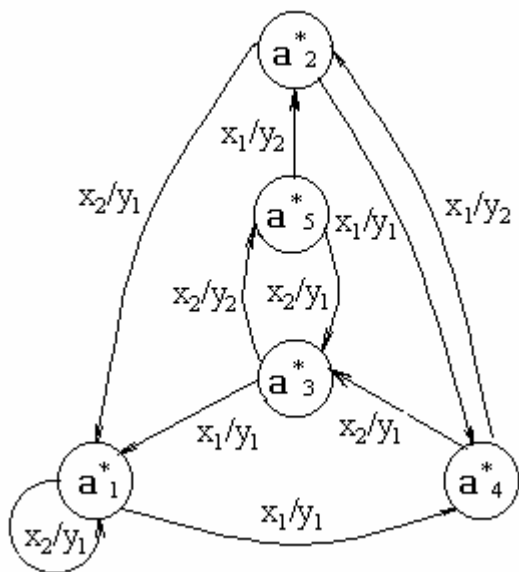


Рис. 1. До минимизации

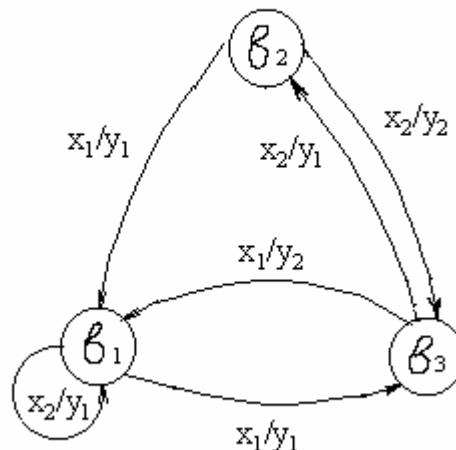
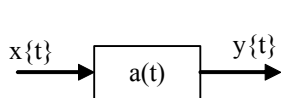


Рис. 2. После минимизации

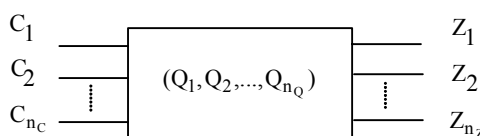
| X _i | a _k | | | | |
|----------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| | a ₁ | a ₂ | a ₃ | a ₄ | a ₅ |
| X ₁ | a ₄ Y ₁ | a ₄ Y ₁ | a ₁ Y ₁ | a ₂ Y ₂ | a ₂ Y ₂ |
| X ₂ | a ₁ Y ₁ | a ₁ Y ₁ | a ₅ Y ₂ | a ₃ Y ₁ | a ₃ Y ₁ |

| X _i | b _k | | |
|----------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| | b ₁ | b ₂ | b ₃ |
| X ₁ | b ₃ Y ₁ | b ₁ Y ₁ | b ₁ Y ₂ |
| X ₂ | b ₁ Y ₁ | b ₃ Y ₂ | b ₂ Y ₁ |

Структурный синтез конечных автоматов.



Абстрактный автомат



Структурный автомат

Этапы структурного синтеза автоматов:

1. Кодирование символов алфавитов абстрактного автомата.
2. Получение кодированных таблиц переходов и выходов.
3. Определение функций внешних переходов.
4. Выбор типа элементарных автоматов.
5. Получение функции возбуждения элементарных автоматов и функции выходов.
6. Построение принципиальной схемы автомата

Входной x_j и выходной y_i сигналы абстрактного автомата кодируются двоичными векторами длины n_c и n_z . $x_j \Rightarrow (c_{j1}, c_{j2}, c_{j3} \dots c_{jn_c})$; $c_{jq} \in \{0;1\}$; $j = \overline{1, n_x}$; $n_c = \lceil \log_2 n_x \rceil$

$y_j \Rightarrow (z_{j1}, z_{j2}, z_{j3} \dots z_{jn_z})$; $z_{jl} \in \{0;1\}$; $j = \overline{1, n_y}$, $n_z = \lceil \log_2 n_y \rceil$

Кодировка символов выходного алфавита: $a_k = (Q_{k1}, Q_{k2}, Q_{k3} \dots Q_{kn_Q})$; $Q_{km_Q} \in \{0;1\}$; $k = \overline{1, n_a}$
 где $n_Q = \lceil \log_2 n_a \rceil$ - количество элементарных автоматов.

Структурная схема автомата

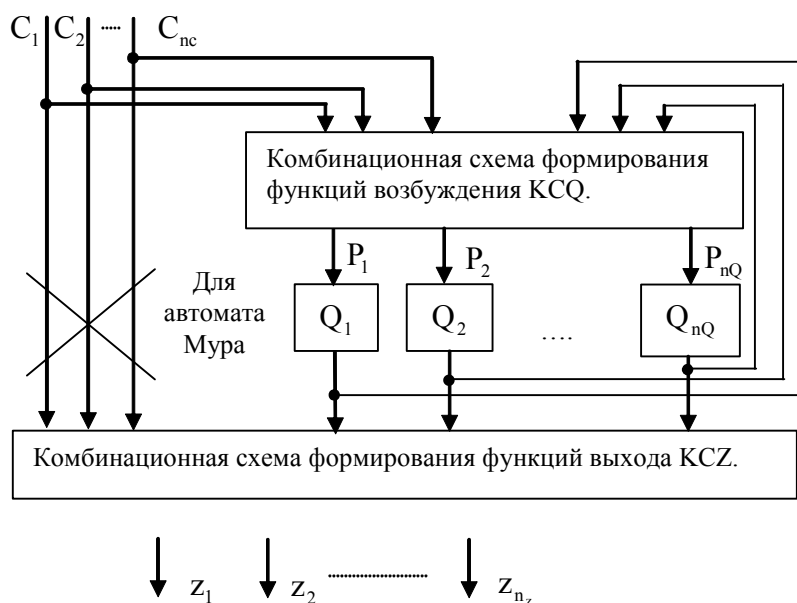


Рис. 3

Функция внешних переходов φ_i . определяет переход i -ого элементарного автомата в следующее состояние: $Q_i(t+1) = \varphi_i(Q_1, Q_2, \dots, Q_i, \dots, Q_{n_a}, C_1, C_2, \dots, C_{n_c})_t$ или $\bar{Q}(t+1) = \Phi(\bar{Q}(t), \bar{C}(t))$.

Сигналы возбуждения: P_1, P_2, \dots, P_{nQ} непосредственно воздействуют на входы элементарных автоматов и формируются комбинационной схемой КСЦ $P_i(t) = \psi_i(\bar{Q}(t), \bar{C}(t))$

Выходные сигналы Z_1, Z_2, \dots, Z_{nz} формируются комбинационной схемой КСЦ функций выходов: $Z_\ell = \gamma_\ell(\bar{Q}(t), \bar{C}(t))$, $\ell = \overline{1, n_z}$ или

$\bar{z}(t) = \Gamma(\bar{Q}(t))$ - для автомата Мура. $\bar{z}(t) = \Gamma(\bar{Q}(t), \bar{C}(t))$ - для автомата Мили.

Кодирование сигналов и состояний автоматов

Количество способов кодирования n объектов k -разрядным двоичным кодом – число размещений n элементов на k позициях: $P_k^n = 2^k (2^k - 1) \dots (2^k - n + 1)$

Пример кодирования автоматов Мура S_1 и Мили S_2 , заданных на входном $x = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ и выходном $y = \{y_1, y_2, y_3\}$ алфавитах. Автомат S_1 определён на алфавите состояний $A_1 = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$, а автомат S_2 на алфавите $A_2 = \{a_1, a_2, a_3\}$.

Определяем разрядность кодов символов:

1. Алфавита состояний:

Для S_1 : $n_Q = \lceil \log_2 n_a \rceil = \lceil \log_2 4 \rceil = 2$. Возможно $n_a! = 4! = 24$ способов кодирования.

Для S_2 : $n_Q = \lceil \log_2 n_a \rceil = \lceil \log_2 3 \rceil = 2$. Возможно $P_4^3 = 4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$ способов кодирования.

2. Входного алфавита: $n_C = \lceil \log_2 n_X \rceil = \lceil \log_2 4 \rceil = 2$. Возможно $n_X! = 4! = 24$ вариантов кодирования.

3. Выходного алфавита: $n_Z = \lceil \log_2 n_Y \rceil = \lceil \log_2 3 \rceil = 2$. Возможно $P_4^3 = 4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$ вариантов.

| x | C ₁ | C ₂ |
|----------------|----------------|----------------|
| x ₁ | 0 | 0 |
| x ₂ | 0 | 1 |
| x ₃ | 1 | 1 |
| x ₄ | 1 | 0 |

Кодирование
входных
символов

| y | z ₁ | z ₂ |
|----------------|----------------|----------------|
| y ₁ | 0 | 0 |
| y ₂ | 0 | 1 |
| y ₃ | 1 | 0 |

Кодирование
выходных
символов

| A | Q ₁ | Q ₂ |
|----------------|----------------|----------------|
| x ₁ | 0 | 0 |
| x ₂ | 1 | 0 |
| x ₃ | 0 | 1 |
| x ₄ | 1 | 1 |

Кодирование
символов
состояний

| | | | | |
|----------------------------|----|----|----|----|
| z_1z_2 | 00 | 00 | 01 | 10 |
| $C_1C_2 \backslash Q_1Q_2$ | 00 | 10 | 01 | 11 |
| 00 | 10 | 10 | 10 | 10 |
| 01 | 00 | 01 | 00 | 00 |
| 11 | 00 | 00 | 11 | 00 |
| 10 | 00 | 00 | 00 | 00 |

Рис. 4. Кодированная таблица автомата Мура.

| | | | | |
|----------------------------|-------|-------|-------|----|
| $C_1C_2 \backslash Q_1Q_2$ | 00 | 10 | 01 | 11 |
| 00 | 10 00 | 10 00 | 10 00 | - |
| 01 | 00 00 | 01 01 | 00 00 | - |
| 11 | 00 00 | 00 00 | 00 10 | - |
| 10 | 00 00 | 00 00 | 00 00 | - |

z_1z_2

Рис. 5. Кодированная таблица автомата Мили.

Преобразованные кодированные таблицы переходов и выходов.

1) Автомат Мура.

| | | | | |
|----------------------------|----|----|----|----|
| z_1z_2 | 00 | 00 | 10 | 01 |
| $C_1C_2 \backslash Q_1Q_2$ | 00 | 10 | 11 | 01 |
| 00 | 10 | 10 | 10 | 10 |
| 01 | 00 | 01 | 00 | 00 |
| 11 | 00 | 00 | 00 | 11 |
| 10 | 00 | 00 | 00 | 00 |

Рис. 6

Автомат Мили.

| | | | | |
|----------------------------|-------|-------|----|-------|
| $C_1C_2 \backslash Q_1Q_2$ | 00 | 10 | 11 | 01 |
| 00 | 10 00 | 10 00 | - | 10 00 |
| 01 | 00 00 | 01 01 | - | 00 00 |
| 11 | 00 00 | 00 00 | - | 00 10 |
| 10 | 00 00 | 00 00 | - | 00 00 |

Рис. 7

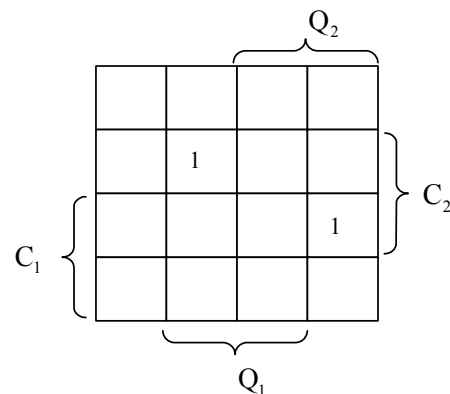
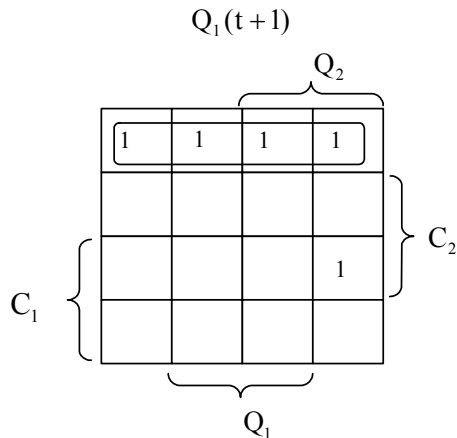


Рис. 8 Диаграммы Карно функций внешних переходов автомата Мура S_1 .

$$Q_1(t+1) = (\bar{C}_1\bar{C}_2 + C_1C_2\bar{Q}_1Q_2)_t; \quad Q_2(t+1) = (\bar{C}_1C_2\bar{Q}_1Q_2 + C_1C_2Q_1\bar{Q}_2)_t$$

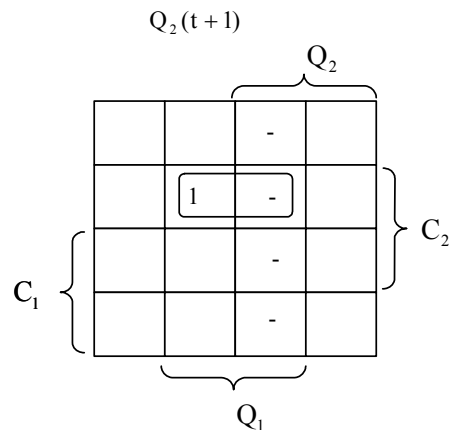
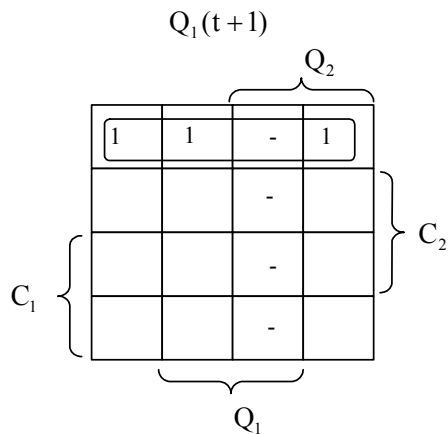


Рис. 9 Диаграммы Карно функций внешних переходов автомата Мили S_2 .

$$Q_1(t+1) = (\bar{C}_1\bar{C}_2)_t; \quad Q_2(t+1) = (\bar{C}_1C_2Q_1)_t$$